

卡箍-管路系统固有特性计算与试验方法

柴清东¹, 朴玉华¹, 马 辉^{1,2}, 吴文轩¹, 孙 伟¹

(1. 东北大学 机械工程与自动化学院, 沈阳 110819;
2. 东北大学 航空动力装备振动及控制教育部重点实验室, 沈阳 110819)

摘 要: 以航空发动机中的卡箍-管路系统为研究对象,基于自主设计的卡箍刚度试验测试装置,对直径为 8 mm 的卡箍的线刚度和角刚度进行了试验测试。根据实测卡箍刚度,采用线性弹簧对其进行离散化等效处理,并基于自编有限元法建立了卡箍-管路系统的动力学模型。通过试验与仿真所获得的固有频率及频响函数的对比,从而验证了卡箍刚度测定及有限元模型的合理性,并进一步研究了拧紧力矩对卡箍-管路系统固有频率的影响。结果表明:拧紧力矩的增加会导致管路的固有频率增大,且针对所研究的卡箍,当拧紧力矩大于 8 N·m 时,管路固有频率逐渐趋于稳定。

关 键 词: 管路; 卡箍; 试验测试; 固有频率; 频响函数

中图分类号: V233 **文献标志码:** A

Calculation of natural characteristics and experimental methods of the clamp-pipe system

CHAI Qingdong¹, PIAO Yuhua¹, MA Hui^{1,2},
WU Wenxuan¹, SUN Wei¹

(1. School of Mechanical Engineering and Automation,
Northeastern University, Shenyang 110819, China;
2. Key Laboratory of Vibration and Control of Aero-Propulsion System,
Ministry of Education, Northeastern University, Shenyang 110819, China)

Abstract: In view of the clamp-pipe system in aero-engine, the linear stiffness and angular stiffness of clamps with diameter of 8 mm was obtained based on self-designed experimental rig. The clamp was discretized into several springs according to the experimental results, and a dynamic model of the clamp-pipe system was proposed based on the finite element method. The measured stiffness of clamps and the finite element model was verified by comparing with the measured and simulated natural frequencies and corresponding frequency response functions. Furthermore, the effect of tightening torque on the natural frequencies of the clamp-pipe system was studied. The results show that the natural frequencies of the pipe increase with the tightening torque. For the clamps studied, the natural frequencies of the

收稿日期:2018-11-29

基金项目:国家自然科学基金(11772089);中央高校基本科研业务费专项资金(N170308028);辽宁省高等学校创新人才支持计划(LR2017035)

作者简介:柴清东(1995—),男,硕士生,主要研究方向为航发管路系统动力学特性分析。

通讯作者:马辉(1978—),男,教授、博士生导师,博士,主要从事机械系统动力学方面研究。E-mail:mahui_2007@163.com

引用格式:柴清东,朴玉华,马辉,等.卡箍-管路系统固有特性计算与试验方法[J].航空动力学报,2019,34(5):1029-1035. CHAI Qingdong, PIAO Yuhua, MA Hui, et al. Calculation of natural characteristics and experimental methods of the clamp-pipe system[J]. Journal of Aerospace Power, 2019, 34(5): 1029-1035.

pipe gradually become stable value when the tightening torque is greater than $8 \text{ N} \cdot \text{m}$.

Key words: pipe; clamp; experimental testing; natural frequency; frequency response function

管路是航空发动机滑油系统、燃油系统、调节系统和起动系统等附件器件与其他附件连接的重要部件^[1],一般通过卡箍固定于机匣上或者通过卡箍彼此相连,构成复杂的管路系统。长期以来,由振动引起的航空发动机外部管路失效一直是影响发动机可靠性的重要问题之一^[2-3]。因此卡箍-管路系统的动力学研究是十分重要的。

对于卡箍的模型研究方面,尹泽勇和陈亚农^[4]对卡箍刚度进行了有限元计算,并且通过试验对典型卡箍的刚度进行了测量,证明了卡箍刚度计算方法的有效性。Gao等^[5-7]基于试验获得飞机管路卡箍刚度并将其简化为弹簧支撑,模态试验与仿真结果吻合较好。Ulanov和Bezborodov^[8]采用商用软件 ANSYS 对卡箍的刚度和阻尼进行迭代修正,最终获得单联卡箍的刚度与阻尼。王鸿鑫等^[9]针对航空液压管系中的块卡等支撑元件,建立了管路支撑的离散化模型,分析了支撑参数变化对管路系统振动特性的作用规律。李占营等^[10]利用柔性卡箍刚度试验验证了卡箍刚度分段线性的特点,进而研究了支撑刚度对管路系统非线性行为的影响。刘伟等^[11]将卡箍简化为末端固定的具有一定刚度的弹簧单元,对复杂管路系统的关键卡箍位置进行了优化设计。

在卡箍的安装过程中,拧紧力矩对于卡箍的约束作用有着直接的影响,许多学者根据实际的连接结构,基于有限元和试验的方法对其进行了研究。Ireman^[12]通过试验分析了螺栓预紧力等因素对应力分布的影响,试验结果与模型计算基本吻合。Qiu等^[13]采用有限元法研究了影响螺栓连接性能的各项因素,结果表明预紧力是最重要的因素。Wei等^[14]通过试验系统的研究了螺栓预紧力等因素对螺栓结构固有频率的影响,并通过有限元法对其进行了分析。Nassar等^[15]为了提高螺栓连接的预紧力估算的可靠性,通过试验分析了拧紧速度等因素的影响。Rao和Wei^[16]提出了螺栓预紧力的有限元反推算法,得到了螺栓不松动的预紧力范围。

上述研究多采用多个具有不同方向的弹簧对卡箍等支撑元件进行模拟(每个方向上采用一根线刚度弹簧或角刚度弹簧),而由于卡箍具有一定宽度,此种模拟会存在欠约束问题,需要采用多根

分布式弹簧来模拟卡箍宽度影响^[9]。此外还需要指出的是,现有研究多通过假定卡箍刚度进行仿真,很少开展卡箍刚度测试方面的研究^[4]。考虑卡箍宽度的影响,本文建立了卡箍-管路系统有限元模型,分析了系统固有特性;测定了卡箍刚度以及卡箍-管路系统固有特性;基于试验结果对仿真模型进行了修正。

1 卡箍-管路系统有限元模型

考虑管体的横向变形而忽略轴向及扭转变形,采用 Timoshenko 梁单元来对其进行离散,管路单元有限元模型如图 1 所示,图中坐标系是 $Oxyz$, x_A 、 y_A 、 x_B 、 y_B 分别为 A、B 节点的 x 、 y 方向的位移, θ_{xA} 、 θ_{yA} 、 θ_{xB} 、 θ_{yB} 分别为 x 、 y 方向的转角,则梁单元位移向量 $\mathbf{u}^e$ 定义为

$$\mathbf{u}^e = [x_A \quad y_A \quad \theta_{xA} \quad \theta_{yA} \quad x_B \quad y_B \quad \theta_{xB} \quad \theta_{yB}]^T \quad (1)$$

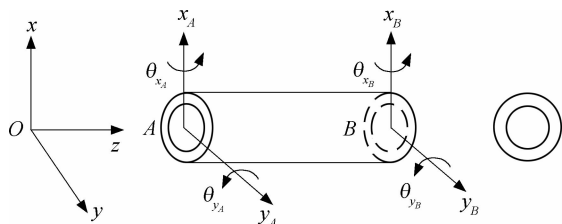


图 1 梁单元

Fig. 1 Beam element

考虑卡箍宽度的影响,建立卡箍离散化模型(以 y 向为例)见图 2,将宽度为 14 mm 单联卡箍沿 z 方向等效离散为 2 个线刚度弹簧和 2 个角刚度弹簧,其刚度分别为 K_y (y 方向线刚度)和 K_{θ_x} (x 方向扭转刚度)。弹簧之间的距离即为卡箍的实际宽度,每一根弹簧刚度值为该方向测定刚度的 $1/2$ 。

将上述离散化的卡箍等效刚度引入到管路有限元模型,建立卡箍-管路系统的动力学模型(以 y 向为例)如图 3 所示。管路材料及几何参数见表 1。

卡箍-管路系统的动力学方程为

$$\mathbf{m}\ddot{\mathbf{u}} + \mathbf{C}\dot{\mathbf{u}} + \mathbf{K}\mathbf{u} = \mathbf{F}_u \quad (2)$$

式中 $\mathbf{m}$ 为系统质量矩阵; $\mathbf{C}$ 为系统阻尼矩阵; $\mathbf{K}$ 为系统刚度矩阵,包括管体刚度及卡箍等效刚度; $\mathbf{u}$

为系统广义坐标; $\boldsymbol{F}_u$ 为外激励矢量。系统阻尼矩阵 $\boldsymbol{C}$ 采用瑞利阻尼来确定,即 $\boldsymbol{C}=\alpha\boldsymbol{m}+\beta\boldsymbol{K}$,其中 α 和 β 为瑞利阻尼系数。

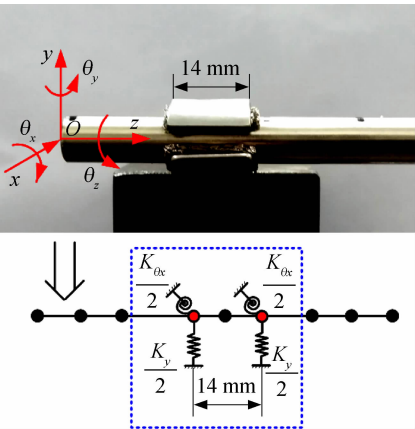


图 2 y 向卡箍离散化模型
Fig. 2 Discrete model of clamp in the y direction

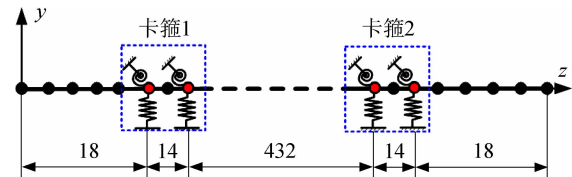


图 3 管路系统有限元模型(单位:mm)
Fig. 3 Finite element model of pipe system
(unit:mm)

表 1 管路材料及几何参数

Table 1 Material and geometric parameters of pipe					
弹性模量/ GPa	密度/ (kg/m ³)	泊松 比	长度/ mm	外径/ mm	内径/ mm
204	7 850	0. 3	500	8	6. 4

由式(2)经拉氏变换可得卡箍-管路系统的位移传递函数^[17-18]为

$$\boldsymbol{H}_d(s) = (\boldsymbol{M}s^2 + \boldsymbol{C}s + \boldsymbol{K})^{-1} \quad (3)$$

根据振型的正交性有

$$\boldsymbol{H}_d(s) = \sum_{i=1}^n \frac{\boldsymbol{\varphi}_i \boldsymbol{\varphi}_i^T}{s^2 + 2\xi_i \omega_i s + \omega_i^2} \quad (4)$$

式中 $\boldsymbol{\varphi}_i$ 和 ω_i 是第 i 阶特征向量和特征值, ξ_i 为系统第 i 阶模态阻尼比, n 为选取的模态阶数。

根据拉氏变换的性质可以得到结构加速度的传递函数矩阵,且令 $s=j\omega(j=\sqrt{-1})$,可得结构加速度的频响函数为

$$\boldsymbol{H}_a(\omega) = \sum_{i=1}^n \frac{-\omega^2 \boldsymbol{\varphi}_i \boldsymbol{\varphi}_i^T}{\omega_i^2 + j2\xi_i \omega_i \omega - \omega^2} \quad (5)$$

2 卡箍刚度特性分析

2.1 卡箍刚度定义

卡箍各个方向的线刚度,可根据力传感器所得的力和千分表所测得的位移变化值,由线刚度定义式直接获得。其中 x 方向线刚度定义式为

$$K_x = \Delta F_x / \Delta x \quad (6)$$

y 方向线刚度定义式为

$$K_y = \Delta F_y / \Delta y \quad (7)$$

卡箍各个方向的角刚度,可根据扭矩传感器所得的力和角度传感器所测得的角位移变化值,由角刚度定义式直接获得。其中 x 方向扭转刚度定义式为

$$K_{\theta x} = \Delta M_x / \Delta \theta_x \quad (8)$$

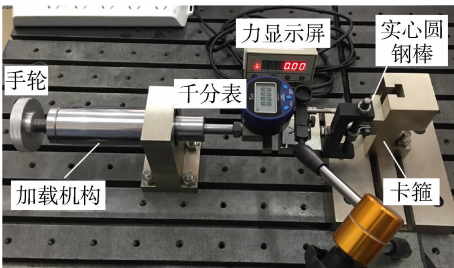
y 方向扭转刚度定义式为

$$K_{\theta y} = \Delta M_y / \Delta \theta_y \quad (9)$$

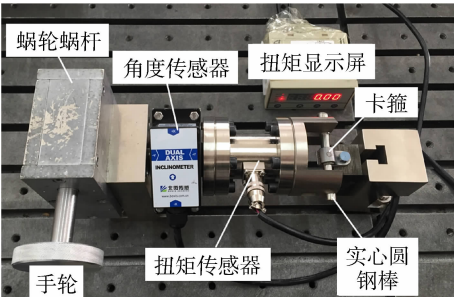
式中 ΔF_x 、 ΔF_y 、 ΔM_x 、 ΔM_y 分别为 x 、 y 方向上的加载力变化量和绕 x 、 y 方向上的扭矩变化量; Δx 、 Δy 、 $\Delta \theta_x$ 、 $\Delta \theta_y$ 分别是 x 、 y 方向上的位移变化量和绕 x 、 y 方向上的角位移变化量。

2.2 卡箍刚度标定

自主设计的卡箍刚度测试装置如图 4 所示。在实际测试过程中,设定卡箍的拧紧力矩 $L=7\text{ N}\cdot\text{m}$ 。对于线刚度测试装置,试验过程中采用千分表测量位移;试验测试装置采用螺纹配合装置



(a) 线刚度测试装置



(b) 角刚度测试装置

图 4 卡箍刚度测试系统

Fig. 4 Experimental system of clamp stiffness

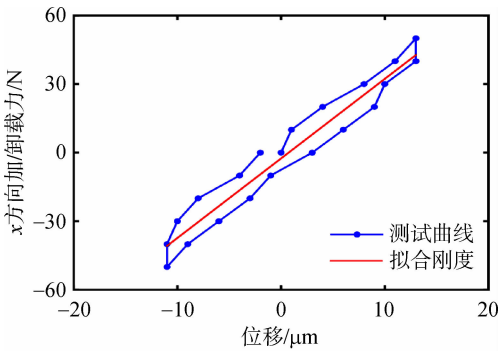
进行位移加载,内部通过弹簧支承控制加载/卸载的进给,通过弹簧放大手轮的前进及后退距离实现载荷的精确控制,防止加载、卸载过程中间隙的存在。角刚度测试装置采用蜗轮蜗杆的加载方式来施加扭矩,角度传感器的分辨率为 0.01° ,均能满足试验要求。

卡箍刚度测试过程中一次完整的试验顺序为:正向加载—正向卸载—反向加载—反向卸载。考虑卡箍在实际使用条件下的耐久性,对同一卡箍进行多次测量;同时考虑到产品的一致性,对于同一批次的卡箍进行抽样测试。将测试结果通过最小二乘法进行一次拟合获得拟合的刚度值,进而对所有测试的拟合刚度进行线性平均,最终获得等效平均刚度。通过试验标定得到各方向卡箍刚度如表 2 所示。测试案例如图 5 所示,由于测试数据较多,本文不再赘述。

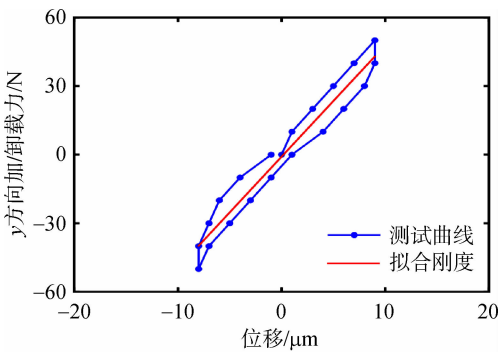
表 2 卡箍不同方向刚度

Table 2 Clamp stiffness in different directions

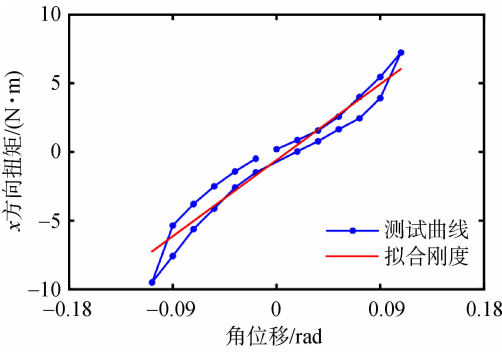
$K_x /$ 10^6 (N/m)	$K_y /$ 10^6 (N/m)	$K_{\theta x} /$ $((\text{N} \cdot \text{m})/\text{rad})$	$K_{\theta y} /$ $((\text{N} \cdot \text{m})/\text{rad})$
3.53	4.98	58.84	27.37



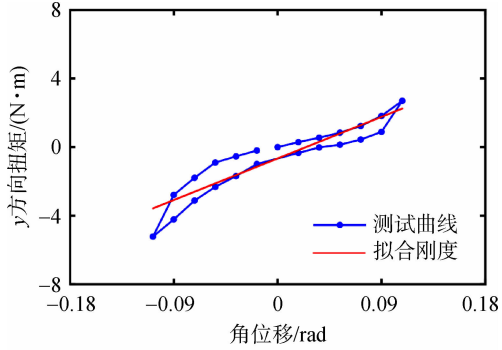
(a) x向线刚度测试



(b) y向线刚度测试



(c) x向角刚度测试



(d) y向角刚度测试

图 5 卡箍刚度测试曲线及拟合刚度

Fig. 5 Measured curves of clamp stiffness and fitting stiffness

3 试验验证

如图 6 所示,管体通过卡箍、螺栓和夹具固定在试验台上,螺栓的拧紧力矩 $L=7 \text{ N} \cdot \text{m}$ 。通过锤击法测量管路系统的固有频率及频响函数,采用轻质传感器(1.5 g)进行拾振,管路参数与上文仿真模型一致。仿真计算与试验结果见表 3,可知管路弯曲方向仿真前 4 阶固有频率与试验结果吻合较好,最大误差不超过 5.55% 。

根据表 2 及表 3 可知,卡箍的线刚度远大于角刚度,由于 x 方向线刚度低于 y 方向线刚度导致管路 x 方向固有频率低于管路 y 方向的固有频率,这是因为卡箍在 y 方向的螺栓预紧导致夹持效果更为明显,而在 x 方向依靠结构形状夹紧,因此在管路 x 方向固有频率低于管路 y 方向固有频率,这同时表现出卡箍刚度不对称的特点。

试验测试及仿真模型的频响结果见图 7,图中 $f_{n1} \sim f_{n5}$ 分别为 1~5 阶固有频率。这里以 y 方向为例,力锤的敲击点坐标为 $(0.075, 0, 0) \text{ m}$,加速度传感器的节点坐标为 $(0.225, 0, 0) \text{ m}$ 。频响函数最大误差出现在第 4 阶,固有频率误差不超过 9.1% ,对应的振型如图 8 所示。

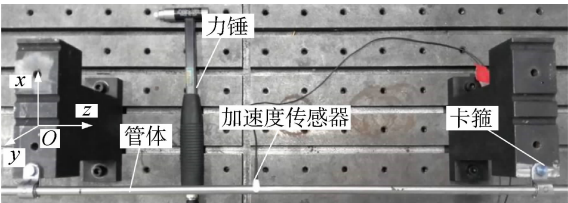


图 6 模态试验示意图

Fig. 6 Schematic diagram of modal experiment

表 3 试验与仿真固有频率结果对比($L=7\text{ N}\cdot\text{m}$)
Table 3 Comparison between measured and simulated natural frequencies ($L=7\text{ N}\cdot\text{m}$)

振型	方向	固有频率/Hz		误差/%
		仿真	试验	
1 阶弯曲	x	146.4	155.0	5.55
	y	159.1	165.4	3.81
2 阶弯曲	x	453.9	472.4	3.92
	y	474.7	480.3	1.17

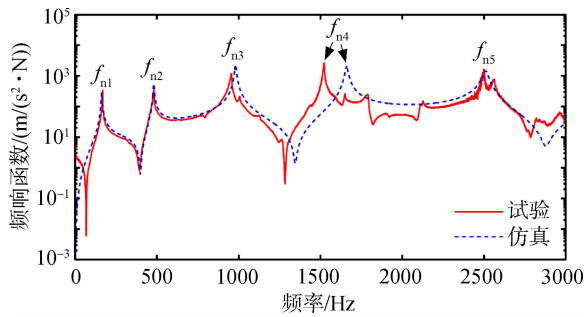


图 7 频响函数的试验与仿真结果对比
Fig. 7 Comparison of the measured and simulated frequency response functions

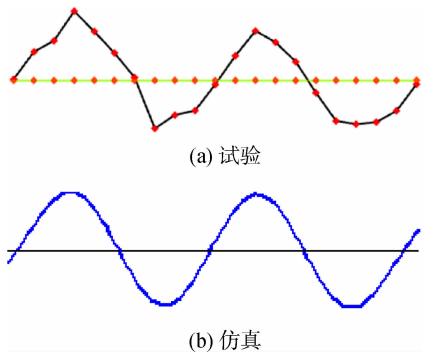


图 8 试验与仿真振型对比
Fig. 8 Comparison between measured and simulated mode shapes

4 拧紧力矩的影响

在实际生产中,航空发动机外部管路在机匣外装配过程中是由人工凭操作经验进行拧紧,因此管路螺栓的拧紧力矩的大小存在不同。本节讨论拧紧力矩对管路固有频率的影响,并与试验进行对比。在试验过程中不难发现,拧紧力矩在 $2\text{ N}\cdot\text{m}$ 以下过松,卡箍对管路的约束作用不足,而在 $12\text{ N}\cdot\text{m}$ 以上螺栓已足够紧,因此本文考虑管路卡箍螺栓在 $2、4、\cdots、12\text{ N}\cdot\text{m}$ 拧紧力矩下的固有频率。

4.1 卡箍刚度拟合及试验验证

在卡箍刚度标定过程中,在拧紧力矩变化较小的情况下,卡箍刚度变化不十分明显,因此采用第 2.2 节卡箍刚度测试的方法和装置对 $2\text{ N}\cdot\text{m}$ 和 $12\text{ N}\cdot\text{m}$ 拧紧力矩下的卡箍刚度进行测量,并对其他拧紧力矩进行拟合计算,卡箍刚度测定结果见表 4。

表 4 不同拧紧力矩下卡箍刚度
Table 4 Clamp stiffness under different tightening torques

拧紧力矩/ ($\text{N}\cdot\text{m}$)	$K_x/10^6$ (N/m)	$K_y/10^6$ (N/m)	$K_{\theta x}/((\text{N}\cdot\text{m})/\text{rad})$	$K_{\theta y}/((\text{N}\cdot\text{m})/\text{rad})$
2	2.73	2.68	34.99	17.50
12	4.74	5.00	62.05	38.59

表 4 中随着拧紧力矩的增加,卡箍刚度增加明显,在 $2\text{ N}\cdot\text{m}$ 时, x 方向与 y 方向的线刚度相差不大,这是因为卡箍的拧紧力矩较小时,卡箍较松,拧紧力矩对刚度的影响不是十分明显。以拧紧力矩为自变量,卡箍刚度为因变量,进行最小二乘法 1 次拟合。根据拟合的表达式可以获得不同拧紧力矩下的插值刚度见表 5。

表 5 不同拧紧力矩下卡箍插值刚度
Table 5 Interpolated clamp stiffness under different tightening torques

拧紧力矩/ ($\text{N}\cdot\text{m}$)	$K_x/10^6$ (N/m)	$K_y/10^6$ (N/m)	$K_{\theta x}/((\text{N}\cdot\text{m})/\text{rad})$	$K_{\theta y}/((\text{N}\cdot\text{m})/\text{rad})$
2	2.66	3.06	38.43	17.28
4	3.06	3.52	43.84	21.49
6	3.47	3.99	49.25	25.71
8	3.87	4.45	54.67	29.93
10	4.27	4.92	60.08	34.15
12	4.67	5.38	65.49	38.37

经插值计算的不同拧紧力矩下的管路固有频率与试验所测结果见图 9。对于管路 1 阶弯曲振型,仿真与试验在 x 方向的 1 阶固有频率最大误差为 8.18%,发生在拧紧力矩为 $10\text{ N}\cdot\text{m}$ 时, y 方向的最大误差为 11.35%,同样在拧紧力矩为 $10\text{ N}\cdot\text{m}$ 时;对于管路 2 阶弯曲振型,仿真与试验 x 方向的固有频率最大误差为 6.22%,发生在拧紧力矩为 $8\text{ N}\cdot\text{m}$ 时, y 方向的最大误差为 8.15%,发生在拧紧力矩为 $12\text{ N}\cdot\text{m}$ 时。可知采用拟合后的刚度数值能够较好地反映卡箍对管路的约束作用。考虑到试验测定的卡箍刚度存在一定误差,下文将通过对支承刚度进行优化以获得与实际更为吻合的仿真模型。在拧紧力矩较大 ($6\sim12\text{ N}\cdot\text{m}$) 时,误差稍大,因此本文基于模态试验结果,采用 1 阶优化算法对试验测定的 $7\text{ N}\cdot\text{m}$ 及 $12\text{ N}\cdot\text{m}$ 拧紧力矩下的卡箍刚度进行寻优,目标函数为

$$\min \sum_{i=1}^4 W_i [(f_{osni}/f_{mni}) - 1]^2 \quad (10)$$

式中 i 的取值范围为 $1\sim4$,代表优化的目标函数位系统的前 4 阶固有频率; W_i 为平衡因子,取值范围为 $0\sim1$; f_{osni} 为优化后仿真计算的固有频率; f_{mni} 为试验测得的固有频率。优化后的卡箍刚度见表 6。

表 6 优化后卡箍刚度

Table 6 Clamp stiffness after optimization

拧紧力矩/ ($\text{N}\cdot\text{m}$)	$K_x/10^6$ (N/m)	$K_y/10^6$ (N/m)	$K_{\theta x}/((\text{N}\cdot\text{m})/\text{rad})$	$K_{\theta y}/((\text{N}\cdot\text{m})/\text{rad})$
7	4.79	6.34	56.35	40.75
12	5.57	6.50	78.05	62.59

仿真、仿真优化与试验的固有频率随拧紧力矩的变化如图 9 所示。仿真优化与试验误差不超过 6.2%,从误差的对比可以看出,采用仿真优化模型与试验结果更加吻合。由上述分析可知,弹簧梁单元管路模型可以对不同拧紧力矩情况下进行模拟,因此卡箍标定及考虑卡箍宽度的建模方法合理准确,具有通用性。

4.2 试验频响函数

试验测试频响函数见图 10。从图可以看出,

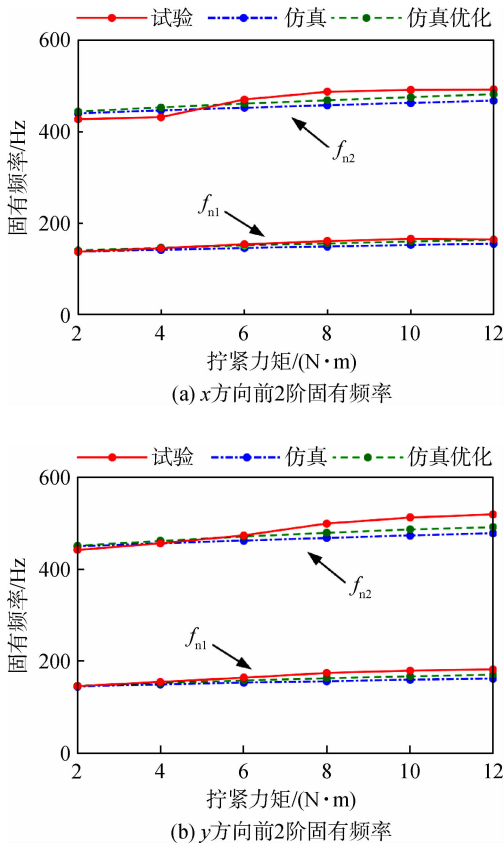


图 9 不同拧紧力矩下仿真、试验与仿真优化固有频率对比

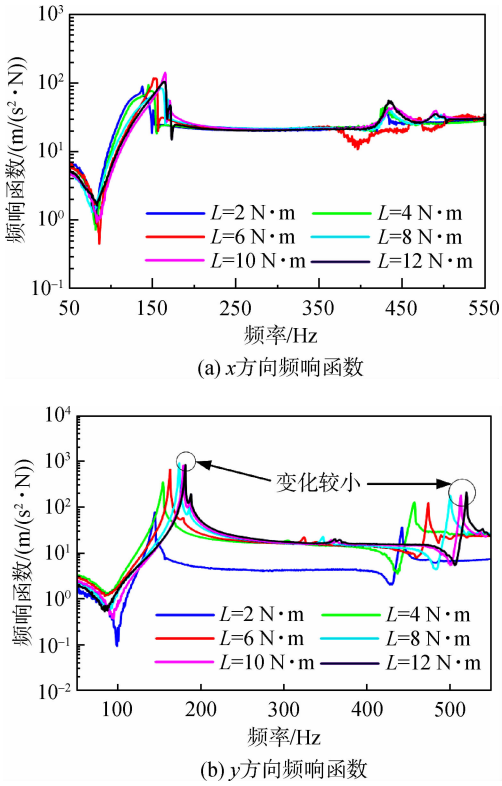


图 10 不同拧紧力矩下试验频响函数

Fig. 10 Measured frequency response functions under different tightening torques

随着拧紧力矩(L)的不断増加,频响函数的各阶峰值点在不断右移,管路的固有频率在逐渐升高,这是由于随着螺栓的拧紧,金属橡胶逐渐被挤压,支承刚度逐渐增加,进而卡箍-管路系统固有频率不断增加。但随着螺栓拧紧力矩的增加,在 $8\text{ N}\cdot\text{m}$ 以上固有频率增加缓慢,即金属橡胶已经被压实,卡箍的支承刚度增加变缓,趋于稳定。

5 结 论

- 1) 基于试验测定的卡箍刚度,考虑卡箍宽度的影响,建立了卡箍-管路系统动力学模型,并通过试验测定的固有特性,对卡箍刚度进行了修正。
- 2) 当拧紧力矩达到一定阈值时(本文研究中为 $8\text{ N}\cdot\text{m}$),卡箍-管路系统的固有频率将趋于稳定。因此,在工程实际中,可以通过建立不同管径尺寸下的卡箍-管路系统的拧紧力矩阈值数据库,以便为卡箍预紧力选择提供参考。

参考文献:

[1] 航空发动机设计手册总编委会. 航空发动机设计手册:第 19 册 转子动力学及整机振动[M]. 北京:航空工业出版社,2000.

[2] ALIZADEH A A, MIRDAMADI H R, PISHEVAR A. Reliability analysis of pipe conveying fluid with stochastic structural and fluid parameters[J]. Engineering Structures, 2016,122:24-32.

[3] TIAN Jialin, YUAN Changfu, YANG Lin, et al. The vibration characteristics analysis of pipeline under the action of gas pressure pulsation coupling[J]. Engineering Failure Analysis, 2016,16(3):499-505.

[4] 尹泽勇,陈亚农. 卡箍刚度的有限元计算与实验测定[J]. 航空动力学报,1999,14(2):179-182.

YIN Zeyong, CHEN Yanong. Finite element analysis and experimental measurement of stiffness of hoop[J]. Journal of Aerospace Power, 1999,14(2):179-182. (in Chinese)

[5] GAO Peixin, ZHAI Jingyu, YAN Yangyang, et al. A model reduction approach for the vibration analysis of hydraulic pipeline system in aircraft [J]. Aerospace Science and Technology, 2016,49:144-153.

[6] GAO Peixin, ZHAI Jingyu, QU Fuzheng, et al. Vibration and damping analysis of aerospace pipeline conveying fluid with constrained layer damping treatment[J]. Journal of Aerospace Engineering, 2018,232(8):1529-1541.

[7] GAO Peixin, ZHAI Jingyu, HAN Qingkai, et al. Dynamic response analysis of aero hydraulic pipeline system under pump fluid pressure fluctuation[J]. Journal of Aerospace Engineering, 2019,233(5):1585-1595.

[8] ULANOV A M, BEZBORODOV S A. Calculation method of pipeline vibration with damping supports made of the MR material[J]. Procedia Engineering, 2016,150:101-106.

[9] 王鸿鑫,权凌霄. 航空管路块卡离散化模型分析及其对管系振动特性的影响研究[J]. 机电工程, 2016, 33(10): 1193-1197.

WANG Hongxin, QUAN Lingxiao. Analysis of the discrete model of the aerial pipeline block and its influence on the vibration characteristics of the pipe system[J]. Mechanical and Electrical Engineering, 2016, 33(10): 1193-1197. (in Chinese)

[10] 李占营,王建军,邱明星. 简谐激励下柔性卡箍支承管路系统响应[J]. 航空动力学报, 2017, 32(11): 2705-2712.

LI Zhanying, WANG Jianjun, QIU Mingxing, et al. Responses of pipe system with flexible hoop under harmonic excitation[J]. Journal of Aerospace Power, 2017, 32(11): 2705-2712. (in Chinese)

[11] 刘伟,曹刚,翟红波,等. 发动机管路卡箍位置动力灵敏度分析与优化设计[J]. 航空动力学报, 2012, 27(12): 2756-2762.

LIU Wei, CAO Gang, ZHAI Hongbo, et al. Sensitivity analysis and dynamic optimization design of supports' positions for engine pipelines[J]. Journal of Aerospace Power, 2012, 27(12): 2756-2762. (in Chinese)

[12] IREMAN T. Three-dimensional stress analysis of bolted single-lap composite joints[J]. Composite Structures, 1998, 43(3):195-216.

[13] QIU Ming, YAN Jiafei, ZHAO Binhai, et al. A finite-element analysis of the connecting bolts of slewing bearings based on the orthogonal method[J]. Journal of Mechanical Science and Technology, 2012, 26(3): 883-887.

[14] WEI Lidui, DUAN Shulin, WU Ji, et al. Modal experiments and finite element analysis of the bolted structure considering interface stiffness and pretension[J]. International Journal of Plant Engineering and Management, 2012, 17(2): 87-94.

[15] NASSAR S A, GANESHMURTHY S, RANGANATHAN R M, et al. Effect of tightening speed on the torque-tension and wear pattern in bolted connections[J]. Journal of Pressure Vessel Technology, 2007, 129(3): 1669-1681.

[16] RAO Gang, WEI Guoqian. Inversion of pretightening force on bolts by FEA and its application[C]// Proceedings of International Conference on Electrical and Control Engineering, Wuhan; IEEE China, 2010: 2824-2827.

[17] PRADHAN S, MODAK S V. Normal response function method for mass and stiffness matrix updating using complex FRFs[J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2012, 32: 232-250.

[18] 徐斌,高跃飞,余龙. MATLAB 有限元结构动力学分析与工程应用[M]. 北京:清华大学出版社,2009.